

Научная статья
УДК 83+510.6
doi:10.37614/2949-1215.2023.14.7.003

ЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ И ЗНАНИЙ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АКСИОМАТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Борис Александрович Кулик[✉]

*Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия,
ba-kulik@yandex.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0001-6193-5588>*

Аннотация

Логический анализ данных и знаний требуется не только в системах искусственного интеллекта, но и в математических доказательствах. В статье показаны трудности логического анализа, обусловленные тем, что в настоящее время в качестве безальтернативной теоретической основы современной логики и оснований математики используется формальный аксиоматический подход, принятый на рубеже XIX и XX столетий. В этом подходе главную роль играют аксиомы и методы синтаксического анализа, лежащие в основе исчисления предикатов, а созданная Г. Кантором теория множеств рассматривается как одна из возможных теорий на основе исчисления предикатов. В работе предлагается в качестве теоретической основы логики использовать более простую, по сравнению с теорией множеств, алгебру множеств, в которой для обоснования основных законов нет необходимости в аксиомах. Изучается новый основанный на законах алгебры множеств подход к логическому анализу. Показываются преимущества этого подхода, приводится список нерешенных проблем.

Ключевые слова:

аксиоматический подход, силлогистика, математическая логика, теория множеств, алгебра множеств, алгебра кортежей

Благодарности:

данная работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121112500304-4).

Для цитирования:

Кулик Б. А. Логический анализ данных и знаний без использования аксиоматического подхода // Труды Кольского научного центра РАН. Серия: Технические науки. 2023. Т. 14, № 7. С. 26–34. doi:10.37614/2949-1215.2023.14.7.003.

Original article

LOGICAL ANALYSIS OF DATA AND KNOWLEDGE WITHOUT USING AN AXIOMATIC APPROACH

Boris A. Kulik[✉]

Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russia, ba-kulik@yandex.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0001-6193-5588>

Abstract

Logical analysis of data and knowledge is required not only in artificial intelligence systems, but also in mathematical proofs. This work shows the difficulties of logical analysis caused by the indisputable application of the formal axiomatic approach adopted at the turn of the XIX and XX centuries as the only theoretical basis of modern logic and the foundations of mathematics. In this approach, the main role is played by the axioms and methods of syntactic analysis, which underlie predicate calculus. Instead of set theory, we propose to use more simple algebra of sets as a theoretical basis of such a logic, for which the substantiation of the basic laws does not require axioms. A new approach to logical analysis based on the laws of set algebra is considered. Some advantages of this approach are shown, and a list of unresolved problems is provided.

Keywords:

axiomatic approach, syllogistics, mathematical logic, set theory, algebra of sets, n -tuple algebra

Acknowledgments:

the study was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (topic No. 121112500304-4).

For citation:

Kulik B. A. Logical analysis of data and knowledge without using an axiomatic approach // Transactions of the Kola Science Centre of RAS. Series: Engineering Sciences. 2023. Vol. 14, No. 7. P. 26–34. doi:10.37614/2949-1215.2023.14.7.003.

Введение

По сути логика началась с открытия Аристотеля, который разработал правила силлогистики, широко применявшиеся на протяжении более чем двух тысячелетий и мало изменившиеся за это время. Вызывает удивление тот факт, что интерпретация логики была неформально изложена еще в IV-м столетии до н. э. в труде Аристотеля «Категории». В этом трактате были рассмотрены следующие отношения в современной терминологии:

- 1) элемент — множество (первые сущности — вторые сущности);
- 2) множество — подмножество (род — вид);
- 3) отношения порядка (больше, меньше);
- 4) временные отношения;
- 5) одноместные предикаты (свойства сущностей);
- 6) некоторые виды бинарных отношений.

Математические понятия, соответствующие интерпретации Аристотеля, были открыты через 22 столетия лишь во второй половине XIX в. (А. де Морган — начала теории отношений; Г. Кантор — основы теории множеств).

Основные предпосылки современной логики сформировались на рубеже XIX и XX столетий, после того, как была разработана *теория множеств* (Г. Кантор, Р. Дедекин и др.), открыты *парадоксы теории множеств* (Г. Кантор, Ч. Бурали-Форти, Б. Расселл и др.), а в начале XX в. стали завоевывать популярность публикации математиков и философов, стоящих у истоков современного *аксиоматического подхода* в логике и основаниях математики (Г. Фреге, Дж. Пеано, Б. Расселл и др.) [1].

Аксиоматическая теория множеств в настоящее время рассматривается как один из подразделов математической логики [2]. В отличие от аксиом геометрии Евклида, которые понятны каждому человеку, аксиомы формальной логики и теории множеств понятны лишь профессионалам. Например, в аксиоматической теории множеств есть аксиома бесконечности, и в то же время для определения множеств с одним элементом в этой теории, по признанию самих специалистов, потребуется выражение, содержащее несколько десятков тысяч знаков [1, с. 187–188]. Получается, что понятие бесконечности в теории множеств намного проще понятия единицы.

В 1941 г. в США была опубликована ставшая широко известной книга Куранта и Роббинса [3], в которой кратко была изложена *алгебра множеств*. Здесь авторами была высказана не приемлемая для современных логиков мысль о том, что законы алгебры множеств можно обосновать без аксиом, на основе одних только определений операций и отношений. Там же были приведены примеры такого обоснования. В работе [4] эта тема рассматривается более подробно.

Источником противоречий в теории множеств является то, что в ней многие теоретические результаты получены на основе допущения о том, что множество может быть элементом множества. Использование «самоприменимости» к этому допущению (множество, являющееся элементом самого себя) приводит к парадоксу Рассела. Однако в алгебре множеств это допущение необязательно, т. к. в ней, в отличие от теории множеств, основным (системообразующим) является не отношение принадлежности элемента и множества ($\in$), а отношение включения множеств ($\subseteq$), для которого «самоприменимость» ($A \subseteq A$) не вызывает парадокса. При этом основные законы алгебры множеств полностью соответствуют основным законам классической логики. Это означает, что для обоснования классической логики нет необходимости в аксиомах.

Использование законов алгебры множеств в качестве правил вывода в полисиллогистике позволяет существенно упростить методы анализа рассуждений и расширить аналитические возможности логического анализа (в частности, распознавать коллизии парадокса и цикла в рассуждениях, анализировать корректность гипотез, вычислять варианты абдуктивных заключений) [4]. С помощью свойств отношения включения множеств были найдены логические ошибки в общепринятых правилах традиционной силлогистики [5].

Понятие «множество» не используется явно в основаниях современной логики, но после чтения учебной литературы по логике становится понятно, что без этого понятия здесь трудно обойтись. В учебниках логики для обоснования различных вариантов правильных силлогизмов рекомендованы

диаграммы Венна [6], модельные схемы [7], семантические схемы [8], которые на самом деле являются ничем иным, как выраженными другими терминами вариантами соотношений между множествами (включение, непустое пересечение, равенство, несовместимость и т. д.). В основе математической логики лежит язык первого порядка, алфавит которого по определению содержит счетное множество символов, а интерпретацией этого языка является модель, базирующаяся на понятиях «декартово произведение множеств» и «подмножество» [2]. Данная ситуация есть ничто иное как логическая ошибка «предрешенного основания» (*petitio principii*), когда теория исходит из понятий, определяемых на основе этой теории.

В работе [2, с. 66] содержится текст, который достаточно четко характеризует современное состояние логики: «Поскольку семантические понятия носят теоретико-множественный характер, а теория множеств, по причине парадоксов, представляется в известной степени шаткой основой для исследований в области математической логики, то многие логики считают более надежным синтаксический подход, состоящий в изучении формальных аксиоматических теорий с применением лишь довольно слабых арифметических методов».

Приведенная выше цитата может служить отправной точкой для постановки следующего вопроса: можно ли в качестве математической модели для семантического подхода в математической логике использовать не «шаткую основу» в виде теории множеств, а лишенную парадоксов алгебру множеств, которую к тому же можно обосновать без аксиом?

Логический анализ в математической логике

Подсказка для ответа на этот вопрос, хотя и не вполне отчетливая, находится в работе [2]. Она выражается в виде *интерпретации языка первого порядка* в математической логике. Для большей ясности предварительно рассмотрим неформально некоторые понятия, которые лежат в основе этой интерпретации.

Отношения. В естественном языке примерами отношений являются многие классы объектов (например: города, студенты, литературные произведения и т. д.). Эти классы объектов в математике можно выразить двумя способами: во-первых, как множества, а, во-вторых, — как одноместные отношения. Помимо одноместных, часто используются многоместные (или n -местные) отношения. Многие предложения естественного языка можно представить как элементы некоторых отношений. Например, предложение «В июне цены на смартфоны повысились» можно представить как элемент отношения «*Изменение цен*» с атрибутами *Месяц года*, *Наименование товара*, *Динамика изменения* (растут, снижаются, остаются без изменений).

Декартово произведение множеств (ДП). ДП было введено в математику в конце XIX в. Г. Кантором [1]. Оно часто используется в дискретной математике, но его ранее неизвестные свойства и тесная связь с основными структурами математической логики были установлены лишь недавно при исследовании свойств новой математической структуры — алгебры кортежей [4, 9].

Математическое определение отношения. В математике отношения определяются как подмножества некоторого заданного ДП.

Таблицы истинности. По сути, это первая модель, с которой начинается ведение в математическую логику. С помощью таблиц истинности можно доказывать все теоремы исчисления высказываний. Они, собственно, являются аксиомами, т. к. изменения в них приводят к формированию ряда неклассических логик, законы которых существенно отличаются от законов классической логики.

Язык первого порядка $\mathcal{L}$. Это вторая (основная) модель математической логики. В этом формальном языке предусматривается использование определенного алфавита для обозначения *переменных*, *констант* (значений переменных), *функций* и *предикатов*. В языке первого порядка также используются *логические связки*, в состав которых, помимо $\neg$ (не), $\wedge$ (и), $\vee$ (или) и $\supset$ (если, то), входят *кванторы* $\forall$ (для всех) и $\exists$ (существует). Излагаются правила, с помощью которых формируются *правильно построенные формулы* (ППФ). Правила простые, но здесь они не приводятся.

Исчисление предикатов первого порядка. Язык $\mathcal{L}$, в свою очередь, используется для построения теории первого порядка, которая формируется на основе языка первого порядка за счет добавления аксиом и правил вывода, причем аксиомы делятся на два класса: *логические* и *собственные* (или *нелогические*). Язык первого порядка с логическими аксиомами и правилами вывода называется *исчислением предикатов первого порядка*. В публикациях по математической логике имеется несколько вариантов логических аксиом для исчисления предикатов.

Что касается собственных (или нелогических) аксиом, то они добавляются к логическим для построения на основе исчисления предикатов различных математических теорий (например, теории групп или аксиоматической теории множеств).

Рассмотрим *правила вывода*. Они весьма лаконичны. В работе [2] они выражены так (здесь $\mathcal{B}$ и $\mathcal{C}$ — ППФ языка $\mathcal{L}$):

modus ponens (MP): из $\mathcal{B}$ и $\mathcal{B} \supset \mathcal{C}$ следует $\mathcal{C}$;

правило обобщения (Gen): из $\mathcal{B}$ следует $(\forall x_i)\mathcal{B}$.

Правило MP пришло из античности, впервые оно упомянуто в трудах преемника Аристотеля Теофраста. Что касается правила Gen, то в книге Мендельсона оно выражено не совсем корректно, т. к. при определенных условиях, которые почему-то не сформулированы в работе [2], формула $(\forall x_i)\mathcal{B}$ не может быть следствием $\mathcal{B}$. В исследовании [4] доказано, что в случае, когда формула $\mathcal{B}$ содержит свободную переменную x_i , то формула $(\forall x_i)\mathcal{B}$ может быть следствием формулы $\mathcal{B}$ лишь в исключительных случаях. Поэтому без учета этих условий правило Gen нельзя считать корректным.

Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов не предназначены и трудно применимы для естественных рассуждений. В искусственном интеллекте, в частности, в таких его разделах, как «Моделирование рассуждений» [10] и «Автоматическое доказательство теорем» [11], они не используются в силу малой эффективности, но применяются принципиально иные методы, в частности, *метод резолюций* и *алгоритм унификации*.

Кроме того, с помощью средств математической логики трудно, а иногда просто невозможно, применять многие необходимые в естественных рассуждениях методы логического анализа такие, как формулирование и проверка гипотез, анализ неопределенностей, распознавание и анализ ошибок и некорректностей в рассуждениях, вывод следствий с заданными свойствами, поиск абдуктивных заключений и т. д. [4]. Не в том ли причина, что в математической логике потеряна связь с семантикой, т. е. с *интерпретацией*, в основе которой лежит алгебра множеств?

Новый подход к интерпретации языка первого порядка

В работе [2] предлагается следующая интерпретация языка первого порядка: в качестве области интерпретации (*domain*) для всех переменных используется одно и то же множество D элементов (констант), а для n -местных предикатов и формул с n -свободными переменными областью интерпретации является n -местное отношение, т. е. подмножество n -местных кортежей элементов из декартова произведения множеств D^n .

В данной интерпретации языка первого порядка предикаты и формулы соответствуют математическим отношениям. Но эта интерпретация представляет лишь частный случай отношения и поэтому трудно применима на практике. С целью усиления аналитических возможностей в общепринятую интерпретацию языка первого порядка было предложено внести следующие изменения [4].

Изменение 1. Для разных переменных языка первого порядка предлагается использовать не одну какую-то область интерпретации D , а разные области интерпретации, которые в большей степени соответствуют предметной области рассуждения. Поэтому по аналогии с базами данных имена разных областей интерпретации предложено называть *атрибутами*, а сами области интерпретации (т. е. множества всех значений атрибутов) — их *доменами*.

Изменение 2. Исследования показали, что для обоснования закономерностей и решения многих задач логического анализа более удобно рассматривать n -местное отношение не только как множество

кортежей элементов, но и как ДП или их объединения. Например, отношение, содержащее 2 кортежа (a, c) и (b, c) , можно представить как ДП $\{a, b\} \times \{c\}$. Поскольку ДП формируется из множеств, то в качестве значений атрибута используются не элементы его домена, а имена или обозначения (например, A_2 или $\{c, f\}$) всех подмножеств домена. Множества с этими именами или обозначениями названы *компонентами* атрибута. Короче: компоненты — это произвольные подмножества домена атрибута.

Было установлено, что усовершенствованную интерпретацию языка первого порядка можно выразить с помощью алгебры множеств. Но для этого потребовалось разработать и обосновать новую математическую структуру, получившую название *алгебра кортежей* [4, 9]. С алгеброй множеств ее связывает то, что в ней используются те же операции (дополнение, пересечение, объединение), те же отношения (равенства и включения) и те же законы (де Моргана, контрапозиции, транзитивности, непротиворечия и т. д.). Отличие только в том, что в ней используются не обычные множества, а *сжатые структуры*, которые можно с помощью определенных вычислений представить множествами n -местных кортежей элементов (т. е. традиционными n -местными отношениями). Эти структуры — *объединения ДП множеств*. Как выяснилось в процессе исследований, они вместе с их дополнениями являются интерпретациями основных типов формул математической логики.

Объединение декартовых произведений, рассматриваемое как отдельная структура, ранее в математике не встречалось. Для нее не были известны алгоритмы операций (дополнение, пересечение, объединение), алгоритмы проверок включения одной структуры в другую и т. д. В некоторых публикациях, например, в [1, 12] содержатся только алгоритмы отдельных операций для одиночных ДП (их пересечения и разности), а также алгоритм проверки включения одного ДП в другое. Исследования показали, что формулировку всех свойств ДП и их обоснования можно существенно упростить, если отказаться от общепринятых обозначений ДП (D^n , $A \times B \times C$ и т. д.). Вместо этого предложено представлять ДП как кортежи компонент, при этом каждая компонента с помощью схемы отношения привязывается к определенному атрибуту.

Краткие сведения об алгебре кортежей

Алгебра кортежей (АК) — математическая система для моделирования и анализа множественных отношений, основанная на свойствах ДП. Здесь приводятся уточненные по сравнению с работой [4] определения основных структур АК.

Структуры АК называются *АК-объектами*. Каждый АК-объект связан с определенной *схемой отношения*, которая содержит последовательность атрибутов, в пространстве которых задана данная структура. АК-объекты, имеющие одинаковые схемы отношения, называются *однотипными*.

Среди всех возможных компонент в структурах АК выделяются и часто используются два типа, названные *фиктивными компонентами*.

Полная компонента (обозначается «*») равна домену соответствующего по порядку расположения атрибута (т. е. в разных местах кортежа она может представлять разные множества).

Пустая компонента (обозначается « $\emptyset$ ») равна пустому множеству.

В АК определено четыре типа структур.

С-кортеж — отношение, равное ДП заданных компонент, которые выражены как кортежи, ограниченные квадратными скобками. Например, $Q[XZW] = [\{a, c, d\} \{f, h\} *]$ — *С-кортеж*, где $[XZW]$ — схема отношения, * — фиктивная полная компонента, равная домену соответствующего атрибута (в данном случае атрибута W). Чтобы представить $Q[XZW]$ как обычное отношение, достаточно вычислить ДП: $Q[XZW] = \{a, c, d\} \times \{f, h\} \times W$.

С-система — отношение, равное объединению однотипных *С-кортежей*, которые записываются

в виде матрицы, ограниченной квадратными скобками. Например, $R[XZW] = \begin{bmatrix} A_1 & * & A_3 \\ B_1 & B_2 & * \end{bmatrix}$ есть *С-система*, при этом $A_1 \subseteq X$, $A_3 \subseteq W$ и т. д. Фиктивная компонента в первом *С-кортеже* соответствует

домену атрибута Z , а во втором — домену атрибута W . Данная C -система преобразуется в обычное отношение с помощью ДП следующим образом:

$$R[XZW] = (A_1 \times Z \times A_3) \cup (B_1 \times B_2 \times W).$$

Важным для теории частным случаем C -системы является *диагональная C -система* — это C -система размерности $n \times n$, у которой все недиагональные компоненты — полные (*). Например,

$$Q[XZW] = \begin{bmatrix} A & * & * \\ * & B & * \\ * & * & C \end{bmatrix} \text{ — диагональная } C\text{-система.}$$

D -кортеж — отношение, равное диагональной C -системе и записанное как ограниченный перевернутыми квадратными скобками кортеж ее диагональных компонент.

Например, изображенную выше диагональную C -систему $Q[XZW]$ можно записать как D -кортеж: $Q[XZW] =]A \ B \ C[$.

В АК доказано, что дополнение любого C -кортежа можно выразить в виде D -кортежа, у которого каждая компонента равна дополнению соответствующей компоненты исходного C -кортежа. Например, если задан C -кортеж $Q_1[X_1 X_2 X_3] = [A_1 \ A_2 \ A_3]$, то его дополнение вычисляется так:

$$\overline{Q_1} [X_1 X_2 X_3] =] \overline{A_1} \ \overline{A_2} \ \overline{A_3} [, \text{ где } \overline{A_i} = X_i \setminus A_i.$$

D -система — отношение, равное пересечению однотипных D -кортежей и записанное как ограниченная перевернутыми квадратными скобками матрица компонент, в которой строками являются участвующие в операции D -кортежи.

В АК разработаны и выражены как теоремы (в работе [4] содержится 36 таких теорем) алгоритмы вычисления операций с разными типами АК-объектов, проверок включения одного АК-объекта в другой. Определены соответствия между АК-объектами разных типов и формулами исчисления высказываний и предикатов, включая формулы с кванторами [4].

Доказаны: 1) **изоморфизм** АК и алгебры множеств; 2) **полнота** АК: любые операции с произвольными АК-объектами (пусть даже с разными схемами отношений) вычислимы и являются АК-объектами [4].

Позитивные результаты нового подхода к интерпретации

1. Исследования показали, что, помимо логического анализа, алгебру кортежей можно использовать в следующих областях дискретной математики и информационных технологий [4, 13, 14]:

- реляционные модели;
- графы и сети;
- системы искусственного интеллекта (экспертные системы, семантические сети, фреймы, онтологии);
- логико-вероятностные методы, включая вероятностную логику;
- дискретные автоматы;
- задачи удовлетворения ограничений;
- модели вопросно-ответных систем;
- при машинной реализации — сокращение трудоемкости алгоритмов решения сложных задач логического анализа за счет специфических свойств АК, а также за счет возможности эффективного распараллеливания алгоритмов.

2. В алгебре кортежей разработаны методы *логического анализа*, которые не применяются в аксиоматическом подходе, а именно [4, 14–16]:

- формулирование и проверка гипотез;
- анализ неопределенностей;
- распознавание и анализ ошибок и некорректностей в рассуждениях;

- вывод абдуктивных заключений;
- анализ пресуппозиций;
- методы элиминации аномалии противоречия в базах знаний;
- методы кластеризации на логических моделях;
- вывод следствий с заранее заданными свойствами.

Нерешенные проблемы

1. Практически все задачи и теоремы исчисления высказываний переводятся на язык алгебры кортежей, но в исчислении предикатов есть задачи, которые еще не переведены на этот язык. К таким задачам, в частности, относится задача Steamroller (№ 47 в работе [17]), которая выражается на языке исчисления предикатов и является иллюстрацией сложности логического вывода. Предполагается, что ее формулировка на языке АК позволит упростить ее решение. Однако до настоящего времени такая формулировка не найдена. Также отсутствует обоснование того, что этого нельзя сделать.

2. Не рассмотрена интерпретация и область ее применения для функциональных символов.

3. Не исследована возможность замены универсума Эрбрана более простым вариантом на основе алгебры кортежей.

4. Не исследована возможность интерпретации теоремы Геделя о неполноте.

5. В теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) [18] одним из методов решения проблемы является ее формулировка в форме противоречия. Разработано более 40 приемов разрешения этих противоречий. Но пока что не исследована возможность использования хотя бы некоторых из этих приемов в логическом анализе.

6. Не исследованы возможности моделирования и анализа на языке алгебры множеств многих известных типов логических ошибок в рассуждениях.

Список можно продолжить.

Заключение

Для многостороннего логического анализа рассуждений и обоснований предложено вместо математической логики, основанной на аксиоматическом подходе, использовать алгебру кортежей, основанную на алгебре множеств, законы которой можно обосновать без аксиом. Перечисленные позитивные результаты использования алгебры кортежей в качестве математической модели для многих методов логического анализа, возможность решения с ее помощью тех задач, которые не решаются в исчислении предикатов, а также ее изоморфизм алгебре множеств показывает перспективность ее выбора в качестве математической основы для логического анализа. Нерешенные проблемы лишь показывают, что данная система находится в стадии развития.

Список источников

1. Бурбаки Н. Теория множеств. М.: Мир, 1965. 455 с.
2. Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic. 6th ed. Boca Raton; London; New York: Taylor & Francis Group, 2015. 499 p.
3. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? 3-е изд., испр. и доп. М.: МЦНМО, 2001. 568 с.
4. Кулик Б. А. Логика и математика: просто о сложных методах логического анализа. СПб.: Политехника, 2021. 141 с.
5. Кулик Б. А. Почему в учебниках логики содержатся логические ошибки? // Образовательные ресурсы и технологии. 2023. № 1(42). С. 7–14.
6. Copi I. M., Cohen C., McMahon K. Introduction to Logic. Routledge, 2016, 654 p.
7. Бочаров В. А., Маркин В. И. Введение в логику: учебник. М.: ИФРАН, 2008. 560 с.
8. Ивлев Ю. В. Логика: учебник. 4-е изд. М.: Проспект, 2022. 304 с.

9. Кулик Б. А. Новые классы КНФ, с полиномиально распознаваемым свойством выполнимости // Автоматика и телемеханика. 1995. № 2. С. 111–124.
10. Пospelов Д. А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. М.: Радио и связь, 1989. 184 с.
11. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: Наука, 1983. 360 с.
12. Мелихов А. Н. Ориентированные графы и конечные автоматы. М.: Наука, 1971. 416 с.
13. Кулик Б. А., Зуенко А. А., Фридман А. Я. Алгебраический подход к интеллектуальной обработке данных и знаний. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. 235 с.
14. Kulik B., Fridman A. Complicated Methods of Logical Analysis Based on Simple Mathematics. Cambridge Scholars Publishing, 2022. 195 p.
15. Кулик Б. А. Исследование противоречий в естественных рассуждениях на примерах метафор и пресуппозиций // Труды XVII Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием. КИИ-2019 (21–25 окт. 2019 г., Ульяновск, Россия). Ульяновск: УлГТУ, 2019. Т. 2. С. 192–200.
16. Кулик Б. А. Вывод следствий с предварительно заданными свойствами // Системный анализ в проектировании и управлении. В 3 ч. Ч.2: сб. науч. тр. XXV Междунар. науч. и учебн.-практич. конф. (13–14 окт. 2021 г.). СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. Ч. 2. С. 89–97.
17. Pelletier F. J. Seventy-Five Problems for Testing Automatic Theorem Provers // Journal of Automated Reasoning, 1986, Vol. 2, P. 191–216.
18. Петров В. ТРИЗ. Теория решения изобретательских задач. Уровень 1. М.: СОЛОН-Пресс, 2017. 252 с.

References

1. Burbaki N. *Teorija mnozhestv* [Set Theory]. Moscow, Mir, 1965, 455 p.
2. Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic. Boca Raton; London; New York, Taylor & Francis Group, 2015, 499 p.
3. Kurant R., Robbins G. *Chto takoe matematika?* [What is Mathematics?]. Moscow, MCNMO, 2001, 568 p.
4. Kulik B. A. *Logika i matematika: prosto o slozhnyh metodah logicheskogo analiza* [Logic and Mathematics: Complex Methods of Logical Analysis in Plain Words]. Saint Petersburg, Politehnika, 2021, 141 p. (In Russ.).
5. Kulik B. A. Pochemu v uchebnikah logiki sodержatsja logicheskie oshibki? [Why do logic textbooks contain logical errors?]. *Obrazovatel'nye resursy i tehnologii* [Educational Resources and Technologies], 2023, no. 1(42), pp. 7–14. (In Russ.).
6. Copi I. M., Cohen C., McMahon K. Introduction to Logic. Routledge, 2016, 654 p.
7. Bocharov V. A., Markin V. I. *Vvedenie v logiku: uchebnik* [Introduction to Logic: Textbook]. Moscow, INFRA-M, 2008, 560 p.
8. Ivlev Ju. V. *Logika: uchebnik* [Logic: textbook]. Moscow, Prospekt, 2022, 304 p.
9. Kulik B. A. Novye klassy KNF, s polinomial'no raspoznavaemym svojstvom vypolnimosti [New classes of conjunctive normal forms with a polynomially recognizable property of satisfiability]. *Avtomatika i telemekhanika* [Autom. Remote Control], 1995, no. 2, pp. 111–124. (In Russ.).
10. Pospelov D. A. *Modelirovanie rassuzhdenij. Opyt analiza myslitel'nyh aktov* [Modeling reasoning. The experience of analyzing mental acts]. Moscow, Radio i svjaz', 1989, 184 p.
11. Chen' Ch., Li R. *Matematicheskaja logika i avtomaticheskoe dokazatel'stvo teorem* [Symbolic logic and mechanical theorem proving]. Moscow, Nauka, 1983, 360 p.
12. Melihov A. N. *Orientirovannye grafy i konechnye avtomaty* [Directed graphs and finite automata]. Moscow, Nauka, 1971, 416 p.
13. Kulik B. A., Zuenko A. A., Fridman A. Ja. *Algebraicheskij podhod k intellektual'noj obrabotke dannyh i znaniy* [An algebraic approach to intelligent data and knowledge processing]. Saint Petersburg, izd-vo Politehn. un-ta, 2010, 235 p.
14. Kulik B., Fridman A. Complicated Methods of Logical Analysis Based on Simple Mathematics. Cambridge Scholars Publishing, 2022, 195 p.

15. Kulik B. A. Issledovanie protivorechij v estestvennyh rassuzhdenijah na primerah metafor i presuppozicij [Investigation of contradictions in natural reasoning using examples of metaphors and presuppositions]. *Trudy XVII Nacional'noj konferencii po iskusstvennomu intellektu s mezhdunarodnym uchastiem. KII-2019 (21–25 okt. 2019 g. Ul'janovsk, Rossija)* [Proceedings of the Seventeenth National Conference on Artificial Intelligence with International Participation. KII-2019 (October 21–25, 2019, Ulyanovsk, Russia)]. Ul'janovsk, UIGTU, 2019, vol. 2, pp. 192–200. (In Russ.).
16. Kulik B. A. Vyvod sledstvij s predvaritel'no zadannymi svojstvami [Inference of consequences with predefined properties]. *Sistemnyj analiz v proektirovanii i upravlenii. V 3 ch. Ch.2: sb. nauch. tr. XXV Mezhdunar. nauch. i uchebn.-praktich. konf. (13–14 okt. 2021 g.)* [System analysis in design and management. In 3 parts. Part 2: Collection of scientific papers of the XXV International Scientific and educational-practical conference (October 13–14, 2021)]. Saint Petersburg, POLITEH-PRESS, 2021, part 2, pp. 89–97. (In Russ.).
17. Pelletier F. J. Seventy-Five Problems for Testing Automatic Theorem Provers. *Journal of Automated Reasoning*, 1986, vol. 2, pp. 191–216.
18. Petrov V. *TRIZ. Teorija reshenija izobretatel'skih zadach. Uroven' 1* [TRIZ. Theory of solving inventive problems. Level 1]. Moscow, SOLON-Press, 2017, 252 p.

Информация об авторе

Б. А. Кулик — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник.

Information about the author

B. A. Kulik — Doctor of Science (Math.), Leading Research Fellow.

Статья поступила в редакцию 07.08.2023; одобрена после рецензирования 01.11.2023; принята к публикации 08.11.2023.
The article was submitted 07.08.2023; approved after reviewing 01.11.2023; accepted for publication 08.11.23.