

Научная статья
УДК 004.942, 62-9
doi:10.37614/2949-1215.2025.16.3.009

CFD-МОДЕЛЬ АГРЕГИРОВАНИЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ ПОД ДЕЙСТВИЕМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОСХОДЯЩЕМ ВОДНОМ ПОТОКЕ

Валерий Валентинович Бирюков^{1✉}, Андрей Григорьевич Олейник²

^{1, 2}*Институт информатики и математического моделирования имени В. А. Путилова
Кольского научного центра Российской академии наук, Апатиты, Россия*

¹*v.biryukov@ksc.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0002-0495-2928>*

²*a.oleynik@ksc.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7612-5999>*

Аннотация

В работе рассматривается использование методов CFD-моделирования для исследования процессов разделения тонких ферромагнитных частиц в восходящих водных потоках с наложением слабонеоднородных магнитных полей. На основе эмпирических данных получена зависимость снижения гидродинамического сопротивления агрегатов частиц в водных потоках. Создана имитационная модель течения ферромагнитной суспензии в рабочем объеме разделительного аппарата, прогнозирующая процесс пространственной сегрегации частиц с учетом агрегирования. Результаты могут быть использованы для разработки эффективных технологий и аппаратов переработки минерального сырья.

Ключевые слова:

CFD-моделирование, UDF-модуль, ферромагнитная суспензия, разделительный аппарат, агрегирование, пространственная сегрегация

Благодарности:

работа выполнена в рамках НИР «Методы и информационные технологии мониторинга и управления региональными критическими инфраструктурами Арктической зоны Российской Федерации» (проект № FMEZ-2025-0054).

Для цитирования:

Бирюков В. В., Олейник А. Г. CFD-модель агрегирования ферромагнитных частиц под действием магнитного поля в восходящем водном потоке // Труды Кольского научного центра РАН. Серия: Технические науки. 2025. Т. 16, № 3. С. 131–139. doi:10.37614/2949-1215.2025.16.3.009.

Original article

CFD-MODEL FOR FERROMAGNETIC PARTICLE AGGREGATION UNDER THE MAGNETIC FIELD INFLUENCE IN AN ASCENDING WATER FLOW

Valery V. Biryukov^{1✉}, Andrey A. Oleynik²

^{1, 2}*Putilov Institute for Informatics and Mathematical Modeling of the Kola Science Centre
of the Russian Academy of Sciences, Apatity, Russia*

¹*v.biryukov@ksc.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0002-0495-2928>*

²*a.oleynik@ksc.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7612-5999>*

Abstract

The use of CFD modeling methods to study the separation of fine ferromagnetic particles in ascending water flows with the application of weakly inhomogeneous magnetic fields is considered in the paper. A dependence for the reduction in hydrodynamic drag of particle aggregates in water flows is obtained on the base of empirical data. A simulation model of the ferromagnetic suspension flow in the working volume of a separation apparatus is created, which predict the process of spatial segregation of particles taking into account aggregation. The results can be used to develop efficient technologies and equipment for processing mineral raw materials.

Keywords:

CFD modeling, UDF module, ferromagnetic suspension, separation apparatus, aggregation, spatial segregation

Acknowledgements:

The study was carried out within the framework of the research project “Methods and information technologies for monitoring and managing regional critical infrastructures of the Arctic zone of the Russian Federation” (project No. FMEZ-2025-0054).

For citation:

Biryukov V. V., Oleynik A. A. CFD-model for ferromagnetic particle aggregation under the magnetic field influence in an ascending water flow. *Trudy Kol'skogo nauchnogo centra RAN. Seriya: Tekhnicheskie nauki* [Transactions of the Kola Science Centre of RAS. Series: Engineering Sciences], 2025, Vol. 16, No. 3, pp. 131–139. doi:10.37614/2949-1215.2025.16.3.009.

Введение

От устойчивого и эффективного функционирования предприятий горнопромышленного комплекса во многом зависит благополучие социально-экономических систем целого ряда регионов Российской Федерации. На северо-западе страны такими регионами являются Мурманская область и Республика Карелия [1]. Совершенствование используемых технологий добычи и первичной переработки полезных ископаемых способствует не только обеспечению конкурентоспособности этих предприятий в условиях истощения запасов богатых руд, но и снижению оказываемой этими предприятиями нагрузки на окружающую среду. Для разработки и исследования потенциальных возможностей новых, более эффективных технологических процессов и аппаратов широко применяются различные методы моделирования и вычислительные эксперименты. В частности, Горным институтом Кольского научного центра Российской академии наук проводятся конференции под названием «Цифровые технологии в горном деле», посвященные моделированию объектов и процессов горного производства, технологиям решения задач эффективного извлечения полезных компонентов из минерального сырья, а также решению экономических и экологических проблем горной отрасли. Доклады, представленные на конференции, публикуются в специальных выпусках профильных периодических изданий [2; 3]. Наряду с прикладными решениями в области информационно-аналитической поддержки деятельности горнопромышленных предприятий, основывающимися на известных и апробированных математических методах и моделях, возникают задачи, для которых эти методы не позволяют получить эффективное с точки зрения используемых временных и вычислительных ресурсов решение. Это обуславливает необходимость разработки и использования новых подходов и информационных технологий получения результата. В качестве примера можно отметить развиваемые в Институте информатики и математического моделирования КНЦ РАН технологии на основе парадигмы удовлетворения ограничений [4; 5].

Практически на всех предприятиях по переработке минерального сырья реализуются процессы снижения крупности минеральных частиц для раскрытия их физических и физико-химических свойств с последующим разделением компонентов суспензий в продукты с контрастными свойствами в силовых полях различной природы. Действие массовых сил, таких как гравитационная, центробежная или магнитная, приводит к пространственной сегрегации частиц суспензий и последующему выводу их из пространства разделения. В случае тонкой вкрапленности полезных минералов в рудной массе возникает необходимость уменьшения крупности минеральных частиц до размеров менее $5 \cdot 10^{-5}$ м, что приводит к снижению контрастности их физических и физико-химических свойств и, как следствие, к снижению относительных скоростей их движения в жидкости и взаимному засорению продуктов разделения. Интенсификация разделительных процессов для тонких минеральных частиц возможна с использованием эффектов их агрегирования под действием химических реагентов или магнитных и электрических полей [6].

Агрегирование тонких минеральных частиц позволяет изменять скорость их осаждения в жидкостях. Воздействие химических реагентов, намагничивание и электризация частиц делают возможным объединение отдельных тонких частиц в пространственные агрегаты — флоккулы, имеющие более высокие скорости движения под действием физических сил в жидкой среде.

Моделирование движения компонентов минеральных суспензий в пространстве разделения реализуется активно развивающимися в настоящее время методами вычислительной гидродинамики (CFD) на основе теории многофазного многоскоростного континуума (ММК), основы которой разработал Р. И. Нигматулин [7; 8], с использованием специализированного программного обеспечения [9; 10]. Однако, несмотря на богатый арсенал моделей и средств их реализации, они не обеспечивают учета всей полноты физических и физико-химических эффектов взаимодействия

компонентов многофазных сред, влияющих на их пространственную сегрегацию. В настоящей работе предлагается модель агрегирования тонких ферромагнитных частиц под действием магнитных полей. Данная модель позволяет адекватно учитывать эффекты агрегирования частиц в ферромагнитных суспензиях при моделировании процессов их разделения.

Базовая CFD-модель многофазных многокомпонентных сред

Континуальный подход к моделированию многокомпонентной смеси заключается в представлении каждого компонента суспензии как отдельной сжимаемой псевдожидкости, движущейся в едином объеме с другими компонентами под действием массовых и поверхностных физических сил. Модель движения сжимаемой псевдожидкости называется моделью Эйлера и состоит из комплекта уравнений, включающих уравнения законов сохранения массы (уравнения непрерывности), количества движения и энергии по необходимости. Различаются Эйлер-Эйлеровы и Эйлер-Лагранжевы модели [11–13]. В Эйлер-Эйлеровых моделях сжимаемыми псевдожидкостями являются общий континуум и континуумы отдельных компонентов. В Эйлер-Лагранжевых моделях движение компонентов моделируется уравнениями динамики отдельных частиц под действием физических сил, что позволяет исследовать их траектории.

CFD-модель движения многокомпонентной смеси в пространстве разделения состоит из комплекта Эйлеровых уравнений сохранения для всех q компонентов:

1. Уравнения непрерывности для q компонента:

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_q \rho_q + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{u}_q) = \sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq},$$

где $\alpha_q, \rho_q, \vec{u}_q$ — удельный объем, плотность и скорость q компонента; $\sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq}$ — источниковый член.

2. Уравнение баланса количества движения для q компонента:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{u}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{u}_q \vec{u}_q) = -\alpha_q \nabla p + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \nabla \cdot \vec{\tau}_q + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{u}_q) + \alpha_q \rho_q (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{vm,q}),$$

где ∇p — градиент давления; $\nabla \cdot \vec{\tau}_q$ — напряжения в сплошной среде; $\vec{R}_{pq}$ — межфазные, межкомпонентные взаимодействия; $\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{vm,q}$ — внешние силы, подъемная сила и виртуальная массовая сила.

Уравнения обмена импульсом между отдельными сжимаемыми p и q компонентами имеют следующий вид:

$$\vec{R}_{pq} = K_{sl} (\vec{u}_p - \vec{u}_q),$$

где $K_{sl} = \frac{\alpha_s \rho_s f}{\tau_s}$ — коэффициент обмена между твердой (s) и жидкой (l) фазами; $\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_l}$ — время релаксации — время, за которое твердая частица диаметром d_s и плотностью ρ_s приобретает расчетную скорость $\vec{u}_p$ в среде с динамической вязкостью μ_l .

Разделение компонентов ферромагнитной суспензии происходит в гидродинамических условиях плотного кипящего слоя, что является основанием выбора уравнений Huilin & Gidaspow [14] для моделирования обмена импульсом между твердыми и жидкими компонентами:

$$K_{sl} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_l \rho_l |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{d_s} \alpha_l^{-2.65},$$

где C_D — коэффициент сопротивления среды ($C_D = \frac{24}{\alpha_l Re_s} [1 + 0.15(\alpha_l Re_s)^{0.687}]$); α_l, α_s — объемные фракции жидкой и частиц твердой фазы; Re — числа Рейнольдса.

Модель Huilin & Gidaspow пригодна как для плотных кипящих слоев с объемной долей жидкости $\alpha_l < 0.8$, так и для разреженных суспензий с долей объема твердого вещества меньше 0.2.

$$\begin{aligned} \text{Для } \alpha_l < 0.8: \quad K_{sl} &= 150 \frac{\alpha_s(1-\alpha_l)\mu_l}{\alpha_l d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_l \alpha_s |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{d_s}, \\ \text{Для } \alpha_l < 0.2: \quad K_{sl} &= \psi K_{sl-\text{Ergun}} + (1 - \psi) K_{sl-\text{Wen\&Yu}}. \end{aligned}$$

Плавный переход между состояниями с различной концентрацией частиц описывается функцией-«переключателем» ψ :

$$\psi = \frac{1}{2} + \frac{\arctan(262.5(\alpha_s - 0.2))}{\pi}.$$

Для моделирования обмена импульсами между отдельными дисперсными твердыми компонентами используется уравнение [15]:

$$K_{hs} = \frac{3(1+e_{hs})\left(\frac{\pi}{2} + C_{fr,hs} \frac{\pi^2}{8}\right) \alpha_s \rho_s \alpha_h \rho_h (d_h + d_s)^2 g_{0,hs}}{2\pi(\rho_h d_h^3 + \rho_s d_s^3)} |\vec{v}_h - \vec{v}_s|,$$

где e_{hs} — коэффициент восстановления; $C_{fr,hs}$ — коэффициент трения; d_h — диаметр твердых частиц фракции h ; $g_{0,hs}$ — радиальный коэффициент распределения.

Течение жидкости в различных частях разделительного аппарата числа Рейнольдса варьируются в достаточно широком диапазоне значений $Re = 2 \div 4000$, что требует использования стандартной полуэмпирической модели турбулентности k - ε , основанной на уравнениях переноса для кинетической энергии турбулентности (k) и ее скорости диссипации (ε) [16], и имеющей достаточную точность при моделировании потоков переходного и турбулентного режимов.

Моделирование преобразования кинетической энергии потока жидкости в кинетическую энергию турбулентности и ее рассеяния проводится на основе уравнений переноса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon, \end{aligned}$$

где G_k — скорость перехода кинетической энергии потока в кинетическую энергию турбулентности; G_b — скорость перехода кинетической энергии потока при естественной конвекции (при наличии гравитационного потенциала); k — кинетическая энергия турбулентности; ε — скорость турбулентной диссипации; σ_ε — турбулентное число Прандтля; $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, — константы модели турбулентности; μ_t — турбулентная вязкость.

Приведенный выше математический аппарат относится к традиционному описанию многокомпонентных смесей в рамках Эйлер-Эйлерова подхода и имеет реализацию в программных комплексах CFD-моделирования.

Модель учета агрегирования частиц в магнитном поле

Отличительной особенностью предлагаемой модели является возможность учета эффектов агрегирования частиц в магнитном поле.

При попадании в вертикальное слабонеоднородное магнитное поле ферромагнитные частицы агрегируются в виде цепочек, ориентированных вдоль силовых линий (рис. 1). В разрабатываемой CFD-модели разделения частиц суспензии по их гравитационным и магнитным свойствам агрегирование частиц предлагается рассматривать как процесс массопереноса частиц одной псевдожидкой Эйлеровой фазы в частицы другой Эйлеровой фазы.

Уравнения непрерывности для массопереноса между фазой p и фазой q в прямом и обратном направлениях: $m_p = -m_{p^i q^j}$ и $m_q = m_{p^i q^j}$.

Уравнения передачи импульса: $m_p \vec{u}_p = -m_{p^i q^j} \vec{u}_p$ и $m_q \vec{u}_q = m_{p^i q^j} \vec{u}_p$.

Вновь образованные Эйлеровы фазы взаимодействуют в объеме с другими фазами и между собой. При этом уравнения модели Huilin & Gidaspow обмена импульсом между жидкими и твердыми компонентами должны быть модифицированы.

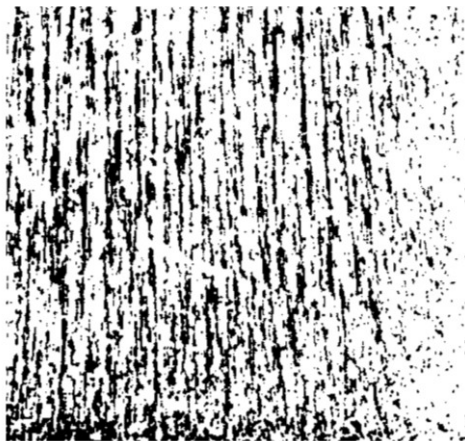


Рис. 1. Фотография вертикальных агрегатов магнетитовых частиц в ожиженном слое суспензии в магнитном поле

Модель Huilin & Gidaspow разработана на основе представлений о фильтрации жидкости через псевдоожиженный слой частиц [17]. В любом псевдоожиженном слое уравновешены вес слоя, отнесенный к единице поверхности, и перепад давления Δp .

Величина перепада давления определяется зависимостью:

$$\Delta p = \lambda \frac{1}{d_s} \cdot \frac{\rho \omega^2}{2}, \quad \omega = \frac{\omega_0}{\varepsilon},$$

где λ — общий коэффициент сопротивления, включающий сопротивление трения и сумму дополнительных местных сопротивлений; d_s — эквивалентный диаметр, соответствующий суммарному поперечному сечению каналов в зернистом слое; ω , ω_0 — действительная и фиктивная скорости фильтрации жидкости в слое соответственно; ε — порозность слоя.

Для учета влияния формы частиц вводится фактор формы Φ (для шарообразных частиц $\Phi = 1$) и d — диаметр эквивалентного шара, имеющего тот же объем, что и частица. В результате выражение для перепада давления принимает следующий вид:

$$\Delta p = \frac{3(1-\varepsilon)}{2\varepsilon^3\Phi} \lambda \frac{H}{d} \cdot \frac{\rho \omega_0^2}{2}.$$

Коэффициент сопротивления λ зависит от гидродинамического режима течения, определяемого значением числа Рейнольдса $Re = \frac{4W}{\alpha\mu}$, где W — массовая скорость жидкости, отнесенная к 1 м^2 сечения аппарата, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{сек})$.

Для расчета коэффициента сопротивления λ ожиженного слоя имеется эмпирическая зависимость, работающая при всех числах Рейнольдса: $\lambda = \frac{133}{Re} + 2,34$.

Результатом агрегирования частиц при воздействии магнитного поля является снижение коэффициента сопротивления, то есть λ является функцией от напряженности магнитного поля:

$$\lambda(H) = \left(\frac{133}{Re} + 2,34 \right) \cdot F(H_m).$$

Приравняв перепад давления к весу псевдоожиженного слоя, получаем выражение, модифицирующее модель Huilin & Gidaspow для компонентов ферромагнитной суспензии, агрегированной под действием магнитного поля:

$$\Delta p = \frac{3}{2} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3 \Phi} \left(\frac{133}{Re} + 2,34 \right) \frac{H}{d} \cdot \frac{\rho \omega_0^2}{2} F(H_m);$$

$$\Delta p = \left(150 \frac{(1-\varepsilon)^2 \mu H \omega_0}{\varepsilon^3 \Phi^2 d^2} + 1,75 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3 \Phi} H \frac{\rho \omega_0^2}{d} \right) \cdot F(H_m).$$

Для определения параметров множителя $F(H_m)$ была проведена серия лабораторных экспериментов. В экспериментах измерялась высота псевдоожиженного слоя ферромагнитных частиц узкого класса крупности в вертикально ориентированном магнитном поле различной напряженности. На основе полученных в экспериментах данных (рис. 2) с использованием программы MathCad15 был определен вид зависимости:

$$F(H_m) = e^{-3.77 \cdot 10^{-5} \cdot H_m}, \text{ где } H_m \text{ измеряется в А/м.}$$

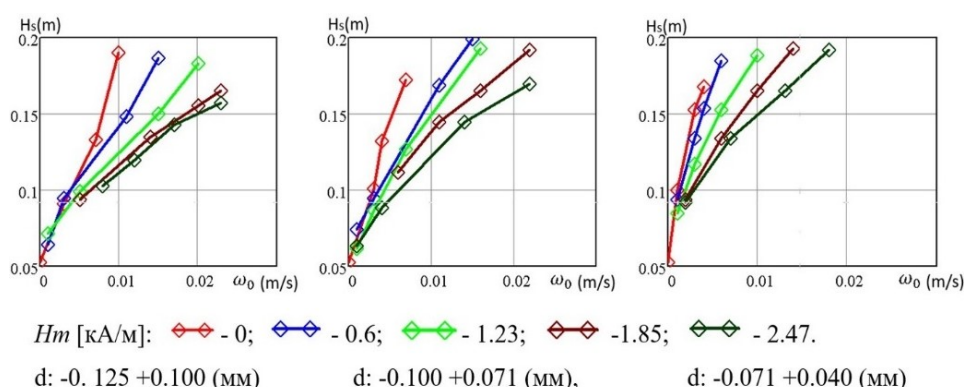


Рис. 2. Зависимости высоты слоя H_s [м] ферромагнитных частиц разной крупности от фиктивной скорости псевдоожижения в магнитном поле с различной напряженностью H_m [кА/м]

По результатам проведенных исследований на языке C++ был создан программный модуль для расчета $F(H_m)$. Интеграция данного модуля с уже существующими в среде моделирования ANSYS Fluent инструментами позволяет получить имитационные модели процессов сепарации, происходящих в разделительных аппаратах, учитывающие влияние на эти процессы агрегирования тонких ферромагнитных частиц под действием магнитных полей. Схема проведения вычислительных экспериментов с такими моделями с указанием используемых инструментальных средств реализации показана на рис. 3.



Рис. 3. Укрупненная схема проведения вычислительного эксперимента с использованием модуля учета агрегирования

Наряду со стандартными функциями учета пристеночных взаимодействий, расчета числа Рейнольдса Re и времени релаксации τ_s , разработанный модуль включает функцию расчета коэффициента межфазного взаимодействия с учетом агрегирования частиц в магнитном поле:

```

/*****
UDF for customizing the default Syamlal drag law in ANSYS Fluent
*****/
#include "udf.h"
#define pi 4.*atan(1.)
#define diam2 3.e-4
DEFINE_EXCHANGE_PROPERTY(custom_drag,cell,mix_thread,s_col,f_col)
{
.....
/*compute drag and return drag coeff, k_g_s*/
afac = pow(void_g,4.14);
if(void_g <= 0.85)
    bfac = 0.281632*pow(void_g, 1.28);
else
    bfac = pow(void_g, 9.076960);
vfac = 0.5*(afac-0.06*reyp+sqrt(0.0036*reyp*reyp+0.12*reyp*(2.*bfac-
    afac)+afac*afac));
fdrgs = void_g*(pow((0.63*sqrt(reyp)/
    vfac+4.8*sqrt(vfac)/vfac),2))/24.0;
k_g_s = (1.-void_g)*pow(2.718,-0.0000377*H_magn)*rho_s*fdrgs/taup;
return k_g_s;
}

```

Заключение

В настоящей статье рассмотрен случай агрегирования ферромагнитных частиц под действием вертикально ориентированного слабонеоднородного магнитного поля в восходящем водном потоке. Кроме процессов разделения ферромагнитных компонентов в постоянных магнитных полях эффекты агрегирования имеют место в процессах, основанных на других физических и физико-химических принципах: например, флокуляция мелких частиц под действием химических реагентов, агрегирование при контактной электризации или кратковременном воздействии магнитного поля. Представленные в настоящей работе результаты могут рассматриваться как один из блоков имитационных моделей изменения физических и физико-химических свойств высокодисперсных компонентов минеральных суспензий в объемах разделительных аппаратов. В ходе дальнейших исследований предполагается расширить спектр моделей, позволяющих учитывать эффекты агрегирования и в других процессах. Ожидаемые результаты ориентированы на исследование и разработку более эффективных технологий и аппаратов переработки минерального сырья для повышения конкурентоспособности предприятий горнопромышленного комплекса.

Список источников

1. Интернет-портал СНГ: Горнорудная промышленность России и СНГ. Профессиональная дискуссия для развития отрасли [Электронный ресурс]. URL: <https://e-cis.info/news/566/118268/> (дата обращения: 08.10.2025).
2. Цифровые технологии в горном деле: Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2019. № 11 (специальный выпуск 37). 664 с.
3. Горная промышленность. 2023. № S5. 149 с.
4. Зуенко А. А. Олейник Ю. А. Составление расписаний как задача удовлетворения ограничений (на примере планирования открытых горных работ) // Информатика и автоматизация. 2024. Т. 23, № 5. С. 1290–1310.

5. Зуенко А. А., Олейник А. Г., Олейник Ю. А. Интеграция концептуального моделирования и программирования в ограничениях для синтеза схем технологических процессов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2022. № 3. С. 95–107.
6. Бирюков В. В., Никитин Р. М., Скороходов В. Ф., Степанникова А. С. Использование элементов теории популяционного баланса для интенсификации процессов агрегирования тонкодисперсных частиц // Современные проблемы переработки труднообогатимых руд и техногенного сырья (Плаксинские чтения 2017): Материалы Международной конференции. Красноярск, 12–15 сентября 2017 г. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2017. С. 234–236.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. Ч. 1. 464 с.
8. Zhu C, Fan L-S, Yu Z. Continuum Modeling of Multiphase Flows. In: Dynamics of Multiphase Flows. Cambridge Series in Chemical Engineering. Cambridge University Press, 2021. P. 212–260.
9. Моделирование и цифровые двойники: Портал [Электронный ресурс]. URL: <https://www.cadfem-cis.ru/products/ansys/fluids/fluent/> (дата обращения: 09.10.2025).
10. АО «Ай-Джи-Эй Технологии». ЛОГОС Аэро-Гидро [Электронный ресурс]. URL: <https://igatec.com/software-logos/logos-aero-gidro/> (дата обращения: 09.10.2025).
11. Loha, C., Chattopadhyay, H., & Chatterjee, P. K. Euler-Euler CFD modeling of fluidized bed: Influence of specular coefficient on hydrodynamic behavior // Particuology. 2013. 11 (6). P. 673–680.
12. Hamidouche, Z., Dufresne, Y., Pierson, J., et al. DEM/CFD simulations of a pseudo-2D fluidized bed: Comparison with experiments // Fluids. 2019. 4 (1). 51. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mdpi.com/2311-5521/4/1/51>. (дата обращения: 12.10.2025).
13. Ku, X., Li, T., & Lovas, T. Influence of drag force correlations on periodic fluidization behavior in Eulerian-Lagrangian simulation of a bubbling fluidized bed // Chemical Engineering Science. 2013. Vol. 95. P. 94–106.
14. Huilin L. and Gidaspow D. Hydrodynamics of binary fluidization in a riser: CFD simulation using two granular temperatures // Chemical Engineering Science. 2003. V. 58, Issue 16. P. 3777–3792.
15. Syamlal M. The Particle-Particle Drag Term in a Multi-Particle Model of Fluidization. 1987. URL: https://www.researchgate.net/publication/241929833TheParticle-Particle_Drag_Term_in_a_Multiparticle_Model_of_Fluidization (дата обращения: 02.10.2025).
16. Launder B. E. and Spalding D. B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. Academic Press, London, England. 1972. 169 p.
17. Jackson R. The Dynamics of Fluidized Particles. Cambridge Monographs on Mechanics, 2000. 352 p.

References

1. Internet-portal SNG: Gornorudnaya promyshlennost¹ Rossii i SNG. Professional'naya diskussiya dlya razvitiya otrasli [CIS Internet Portal: Mining Industry of Russia and the CIS. Professional Discussion for Industry Development]. Available at: <https://e-cis.info/news/566/118268/> (accessed 08.10.2025) (In Russ.).
2. *Tsifrovyye tekhnologii v gornom dele: Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tehnicheskiy zhurnal)* [Digital Technologies in Mining: Mining Information and Analytical Bulletin (Scientific and Technical Journal)], 2019, no. 11 (special issue 37), 664 p. (In Russ.).
3. *Gornaya promeshlennost'* [Russian Mining Industry], 2023, no 5S, 149 p. (In Russ.).
4. Zuenko A., Oleynik Yu. Sostavleniye raspisaniy kak zadacha udovletvoreniya ogranicheniy (na primere planirovaniya otkrytykh gornykh rabot) [Scheduling as a Constraint Satisfaction Problem (Using the Example of Open-Pit Mine Production Scheduling Problem)]. *Informatika i avtomatizatsia* [Informatics and Automation], 2024, Vol. 23, no. 5, pp. 1290–1310. (In Russ.).
5. Zuenko A. A., Oleynik A. G., Oleynik Y. A. Integratsiya kontseptual'nogo modelirovaniya i programmirovaniya v ogranicheniyakh dlya sinteza skhem tekhnologicheskikh protsessov [Integration of Conceptual Modeling and Constraint Programming for the Synthesis of Flowsheets]. *Informatsionnyye tekhnologii i vychislitel'nyye sistemy* [Information technology and computing systems], 2022, no. 3, pp. 95–107. (In Russ.).
6. Biryukov V. V., Nikitin R. M., Skorokhodov V. F., Stepannikova A. S. Ispol'zovaniye elementov teorii populyatsionnogo balansa dlya intensifikatsii protsessov agregirovaniya tonkodispersnykh chastits [Using elements of population balance theory to intensify the processes of fine particles aggregation]. *Sovremennyye problemy pererabotki trudnoobogatimyykh rud i tekhnogennogo syr'ya (Plaksin'skiye chteniya 2017): Materialy Mezhdunarodnoy konferentsii. Krasnoyarsk, 12–15 sentyabrya 2017 g.* [Current Problems of Processing Refractory Ores and Man-Made Raw Materials (Plaksin Readings 2017): Proceedings of the International Conference. Krasnoyarsk, September 12–15, 2017]. Krasnoyarsk, Sibirskiy federal'nyy universitet, 2017, pp. 234–236. (In Russ.).

7. Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Moscow, Nauka, Ed. in chief of physical and mathematical literature, 1987, Chast' I, 464 p. (In Russ.).
8. Zhu C, Fan L-S, Yu Z. Continuum Modeling of Multiphase Flows. In: *Dynamics of Multiphase Flows*. Cambridge Series in Chemical Engineering. Cambridge University Press, 2021, pp. 212–260.
9. Portal Modelirovaniye i tsifrovyye dvoyniki [Modeling and Digital Twins Portal]. Available at: <https://www.cadfem-cis.ru/products/ansys/fluids/fluent/> (accessed 09.10.2025).
10. АО “Ay-Dzhi-EyTekhnologii”. LOGOS Aero-Gidro [IGA Technologies. LOGOS Aero-Hydro]. Available at: <https://igatec.com/software-logos/logos-aero-gidro/> (accessed 09.10.2025). (In Russ.).
11. Loha, C., Chattopadhyay, H., & Chatterjee, P. K. Euler-Euler CFD modeling of fluidized bed: Influence of specular coefficient on hydrodynamic behavior. *Particuology*, 2013, 11 (6), pp. 673–680.
12. Hamidouche, Z., Dufresne, Y., Pierson, J., et al. DEM/CFD simulations of a pseudo-2D fluidized bed: Comparison with experiments. *Fluids*, 2019, 4 (1), 51. Available at: <https://www.mdpi.com/2311-5521/4/1/51> (accessed 12.10.2025).
13. Ku, X., Li, T., & Lovas, T. Influence of drag force correlations on periodic fluidization behavior in Eulerian-Lagrangian simulation of a bubbling fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 2013, Vol. 95, pp. 94–106.
14. Huilin L. and Gidaspow D. Hydrodynamics of binary fluidization in a riser: CFD simulation using two granular temperatures. *Chemical Engineering Science*, 2003, V. 58, Issue 16, pp. 3777–3792.
15. Syamlal M. The Particle-Particle Drag Term in a Multi-Particle Model of Fluidization. 1987. Available at: https://www.researchgate.net/publication/241929833TheParticle-Particle_Drag_Term_in_a_Multiparticle_Model_of_Fluidization (accessed 02.10.2025).
16. Launder B. E. and Spalding D. B. *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, England, 1972, 169 p.
17. Jackson R. *The Dynamics of Fluidized Particles*. Cambridge Monographs on Mechanics, 2000, 352 p.

Информация об авторах

В. В. Бирюков — ведущий инженер;

А. Г. Олейник — доктор технических наук, главный научный сотрудник.

Information about the authors

V. V. Biryukov — Lead Engineer;

A. G. Oleynik — Doctor of Science (Tech.), Chief Research Fellow.

Статья поступила в редакцию 15.11.2025; одобрена после рецензирования 21.11.2025; принята к публикации 24.11.2025.
The article was submitted 15.11.2025; approved after reviewing 21.11.2025; accepted for publication 24.11.2025.